

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЁМЫ РАЗВИТИЯ ВАРИАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ СТАРШИХ КЛАССОВ

В статье рассматривается вопрос о роли вариативного мышления в обучении математике. Указываются некоторые факторы, определяющие уровень его развития у школьников, а также приёмы, позволяющие целенаправленно развивать вариативные качества мышления.

В психологии под вариативным мышлением понимается сформированная установка мыслительной деятельности на отыскание различных способов достижения цели в отсутствии о них непосредственного указания, способность осуществлять мысленное преобразование объекта, находить различные его черты. Развитый вариативный компонент в мышлении – это показатель его гибкости, самостоятельности, творческих возможностей и умения генерировать новые знания.

В настоящее время чрезвычайно востребованы навыки поиска новых, с первого взгляда неочевидных путей выхода из какой-либо проблемы, сравнения возможных вариантов действий, анализа их последствий, умение принимать оптимальное решение в условиях множественного выбора. В современном обществе с ситуациями, требующими всего перечисленного, приходится сталкиваться представителям самых разных профессий – инженеру, управленцу, врачу, юристу, страховому агенту, общественному деятелю. Привычка и способность к широкому и многоплановому восприятию действительности открывают новые горизонты как в профессиональной деятельности, так и в личном мировосприятии всякого человека. Определяется эта способность как раз уровнем развития вариативного мышления.

Понятна важность целенаправленного развития данного типа мышления, особенно если учесть, как мало внимания обычно уделяется этому в школе, в том числе на уроках математики, где нередко безраздельно властвует и навязывается ученику единообразный образ мыслей и действия – «делай, как было показано», «решай по заданному образцу». Часто учащиеся просто не знают, что многие задачи можно решать совсем по-разному, в частно-

сти с опорой на наглядные образы, за счет чего решения становятся проще и красивее.

Изучаемые математические объекты часто допускают альтернативные интерпретации, позволяющие узнать много нового об их свойствах, выявить важные взаимосвязи и провести обобщения. Всего этого на уроках зачастую вообще не показывают. Случается даже, что преподаватель запрещает использовать какие-либо методы, кроме тех, которые были показаны на занятиях. Такая ситуация особенно негативно сказывается на учащихся с ярко выраженными творческими способностями, у которых она подчас может полностью «убить» интерес к математике.

Приведём в связи с этим некоторые высказывания известного психолога М. Вертгеймера, активно занимавшегося исследованием структуры и свойств «продуктивного мышления», в качестве противоположности которого он называет «слепое вспоминание, слепое применение чего-то заученного, старательное выполнение отдельных операций, неспособность увидеть всю ситуацию в целом, понять её структуру и её структурные требования». Вот как он описывает традиционное положение на уроках математики. «Обычно ученики покорно следят за этапами доказательства, которое демонстрирует им учитель. Они повторяют, заучивают их. Создается впечатление, что идёт «обучение». Ученики обучаются? Да. Мыслят? Возможно. И в самом деле понимают? Нет». И ещё: «...особенно трогательно видеть, с каким упорством, с какой готовностью ученики иногда стремятся повторять слова учителя, как гордятся, если им удастся точно воспроизвести заученное, решить задачу именно тем способом, которому их учили. Для многих в этом и состоит преподавание и обучение. Преподаватель учит

«правильной» процедуре. Ученики заучивают её и могут применить её в рутинных случаях. Вот и всё» [1, с. 52].

Однако не следует думать, что легко подвигнуть обычного школьника к творческому подходу к решению задач и рассмотрению их с разных сторон. Укоренившаяся привычка действовать в любой ситуации по определенному образцу, единому шаблону присуща большинству учащихся, и отучить их от этого бывает совсем непросто. «Но легче усвоить тысячу новых фактов в какой-нибудь области, чем новую точку зрения на немногие известные уже факты», – писал Л. С. Выготский [2, с. 7]. По этой причине лучше всего уже с раннего возраста разными путями приучать детей к разнообразию идей, вариантов и их свободному выбору. Обучение математике предоставляет как раз чрезвычайно широкие возможности по развитию вариативных качеств мышления. Перечислим кратко основные из них.

1. *Сопоставление различных способов решения одной и той же задачи.* В ходе этого формируется привычка перед началом решения «проигрывать» мысленно возможные подходы к нему – сопоставлять их и выбирать рациональный. При регулярном рассмотрении и сравнительном анализе различных способов решения одних и тех же математических задач формируются многие весьма важные в современном обществе умения, черты личности, креативное мышление, а также научное мировоззрение учащихся. Данный приём обучения весьма ценен с точки зрения как самой математики, так и методики её преподавания. Помимо собственно формирования вариативного компонента мышления он предоставляет возможность достижения и многих других важных целей в обучении.

Особенно важно при этом то, что учащиеся с разными склонностями имеют возможность продемонстрировать свои «сильные» стороны. Например, в классной работе или в качестве домашнего задания всем может быть предложена одна и та же задача и затем организовано обсуждение вариантов её решения. Таким образом, каждый получает возможность предложить свой метод и одновременно убедиться в том, что он является далеко не единственным, что другие люди могут подходить к заданной проблеме совершенно с иной стороны и достигать при этом не меньшего

результата, иной раз даже более элегантно образом. При этом естественным образом происходит формирование общей социальной толерантности учащихся. В следующем примере демонстрируются решения одной задачи, соответствующие различным стилям мышления.

Вообще, само наличие целого веера или даже всего лишь двух-трёх совсем разных решений одной и той же математической задачи всегда является интересным, нетривиальным фактом, способным создать дополнительную мотивацию к обучению. При этом многие задачи, казавшиеся до этого «сухими» и однообразными, наполняются жизнью, освещаясь с разных сторон и начиная блистать множеством красок. Любые элементы удивления, неожиданности в обучении – это всегда надежные залогов интереса к нему.

Нахождение принципиально нового пути решения задачи, особенно нестандартного, очень часто становится именно таким неожиданным, запоминающимся моментом урока, причем лучше, когда его предлагает не учитель, а кто-то из самих ребят. Обычно учащихся увлекает сам процесс поиска и сопоставления разных решений, появляется желание думать над задачей, а не действовать только по шаблону. Известный психолог и специалист по личностно-ориентированному обучению И. С. Якиманская пишет: «Познавательные способности характеризуются активностью субъекта, его возможностью выйти за пределы заданного, преобразовать его, используя для этого разнообразные способы». Она здесь же приводит слова Б. М. Теплова, крупного специалиста по проблеме способностей: «Нет ничего не жизненней и схоластичнее идеи, что существует только один способ успешного выполнения всякой деятельности; эти способы разнообразны, как разнообразны человеческие способности» [7, с. 32].

2. *Решение задач с неоднозначностью в условии.* Такие задачи требуют рассмотрения нескольких возможных ситуаций, что обычно приводит и к нескольким вариантам ответа. В частности, такие многовариантные задачи легко создаются на геометрическом материале и в течение нескольких лет входили в ЕГЭ по математике. Лучше всего, если такие задачи предлагаются на занятиях регулярно и без предупреждения. Тогда учащиеся приучаются всякий раз самостоятельно задумываться

о необходимости рассмотрения нескольких возможных вариантов реализации условия. При этом формируются важнейшие качества, такие как *критичность*, некоторая *толерантность* мышления и др. Наряду с наиболее очевидным для нас решением проблемы, возможно существование и других альтернативных вариантов.

3. *Сопоставление различных интерпретаций одного и того же математического объекта.* Всякий раз, встретившись с новой задачей и решив её, интересно задать и своим ученикам и себе вопрос: «Достигнуто ли неформальное понимание полученных результатов?» Нельзя ли как-то совсем по-другому посмотреть на данную задачу, использовать другие обозначения, применить полученные результаты в ином контексте, в измененных условиях? Дело здесь не просто в поиске нового способа решения, который зачастую, даже оказавшись более простым, может не добавлять ничего принципиально нового к нашему пониманию задачи. Речь идёт об интерпретациях, приводящих к осознанию нового внутреннего содержания задачи, обретению ею более широкого математического смысла в иных категориях. Причем не всегда они бывают очевидными с первого взгляда и потому для своего обнаружения требуют хорошо развитых навыков вариативного мышления и перевода задачи «на другие языки».

4. *Переструктурирование.* Например, при решении уравнений и неравенств, в зависимости от способа их записи и выделяемых в них структур, они способны изменять свой характер и определять различные геометрические образы. Наиболее ярко эффекты от подобного переструктурирования проявляются при исследовании уравнений и неравенств, содержащих параметры.

5. *Задачи, требующие для своего решения некоторого «выхода за рамки».* Некоторым учащимся может показаться, что интерпретация математических объектов и понятий в разных категориях, поиск неочевидных способов решения, является некоторой эстетической роскошью, не имеющей такого уж большого практического значения. В связи с этим стоит показать, что существуют проблемы, вообще неразрешимые в тех категориях, в которых они сформулированы. Для их разрешения выход в другие сферы, смена языка являются просто необходимыми.

К числу основных компонентов, из которых состоит навык вариативного восприятия

учащимися новой задачи, мы относим: знание различных способов интерпретации математических понятий; умение оценивать их целесообразность и выбирать наилучший, выстраивая внутренний план действий; развитые навыки рефлексии и исследования получаемых результатов.

Важнейшим аспектом любого педагогического процесса, всякой разрабатываемой методики являются способы формирования и поддержания учебной мотивации. Как же создать у учащихся мотивацию к решению задач разными способами, их сопоставлению и вообще сформировать у них устойчивую привычку к рассмотрению всякой встретившейся задачи или ситуации с разных сторон, не по единому шаблону? Укажем некоторые конкретные пути достижения этой цели.

▪ Организация групповых занятий учащихся, в частности командных соревнований. При данной форме занятий важен не только сам состязательный момент, который способствует желанию решить больше задач, но и возможность мотивировать учащихся на решение более трудных задач, которые принесут команде наибольшее число очков. В обычных условиях учащиеся скорее предпочтут решать наиболее простые задачи из предлагаемых, и притом, используя проверенные стандартные средства.

Также при групповой работе разные команды могут проверять решения друг друга или оппонировать, как в случае математических боев. При этом, во-первых, возникает необходимость полностью разобраться в чужом решении, понять его логику и обнаружить допущенные пробелы. Во-вторых, на базе этого действия, направленного на проверку чужого решения, возникает надстройка в виде навыка проверки самого себя. При регулярной работе в подобном формате тщательное отношение к доказательству всех высказываемых утверждений и привычка к самопроверке становятся естественной «культурной нормой» для учащихся данного класса. Заметим, что этот чрезвычайно важный навык самопроверки весьма трудно формируется другими средствами. Обычно учащиеся под проверкой понимают просто перечитывание своего решения и в лучшем случае способны обнаружить при этом лишь арифметические ошибки.

▪ Обсуждение одной задачи в классе, при котором каждый из учащихся может рассказать у доски своё решение. В ходе таких обсу-

ждений каждый из участников обнаруживает, что существуют другие решения, отличные от его собственного. При этом они часто оказываются неожиданными, короткими и красивыми. В этот момент и происходит событие так называемого «ага-эффекта» или «инсайта». В результате учащийся легко «схватывает» увиденное решение и охотно использует его в другой ситуации. В этот момент учителю необходимо лишь дать учащимся возможность закрепить то новое и неожиданное, что они увидели, на примерах новых задач.

При этом необходимо ещё разъяснить учащимся, что именно они увидели в новом решении – какие идеи были использованы, обозначить границы их применимости и сделать необходимые обоснования. Другими словами, в ходе подобной работы в классе осуществляются следующие функциональные действия: «увидеть» новый подход (инсайт); зафиксировать его (с помощью учителя); освоить и закрепить на новых задачах; проконтролировать себя и/или других учащихся на предмет обоснованности и полноты решения.

▪ Наличие когнитивного конфликта, проблемной ситуации как средства активизации познавательной деятельности обучающихся. Этот аспект наиболее отчетливо проявляется у более «сильных» старшеклассников. Учащийся сталкивается с задачей, которую не может решить имеющимися средствами. За счет этого возникает необходимость рассмотрения её под другим углом, то есть создается ситуация преодоления шаблона, поиска новых средств и методов решения. При этом также возникает соревновательный эффект, однако уже не с другими учащимися, а с самим собой. Для создания подобной ситуации учителю необходимо вовремя предлагать заинтересованным школьникам задачи, которые требовали бы подобного «выхода за рамки», и далее ненавязчиво руководить процессом решения.

Отметим некоторые важные психические новообразования, возникающие у учащихся параллельно с развитием вариативных качеств мышления.

▪ *Рефлексия.* У Г. П. Щедровицкого находим следующее высказывание: «Рефлексия – это умение видеть все богатство содержания в ретроспекции (то есть обращаясь назад: что я делал?) и немножко в проспекции» [4, с. 43]. Это определение весьма точно характеризует

то, что происходит при рассмотрении нескольких интерпретаций одной задачи – мы начинаем видеть фигурировавшие в её условии объекты во всём богатстве их взаимосвязей, а задача наполняется широким и разнообразным внутренним смыслом. Более того, в итоге мы не только лучше осознаем смысл выполненных ранее действий, но можем произвести определенные обобщения полученных результатов и обнаружить ещё новые закономерности. Поэтому постоянное формирование психической функции рефлексии и обращение к ней являются неотъемлемыми элементами описываемого нами подхода.

▪ *Функциональная структуризация.* Умение надлежащим образом структурировать данные новой задачи есть один из залогов её успешного решения. Г. П. Щедровицкий пишет об этом следующее: «Чем отличается тот, кто умеет решать сложные геометрические задачи? Вопрос всегда в том, как решающий увидит исходный материал задачи: то ли как совокупность треугольников, то ли как внутренние рамочные конструкции, или ещё как-то. Он каждый раз производит определенную функциональную структуризацию, вынимая и вставляя элементы» [4, с. 105]. Таким образом, всякий раз при решении одной и той же задачи новым способом, в частности графическим, школьник учится структурировать данные по-другому. Поэтому развитые навыки функциональной структуризации можно отнести к числу тех черт мышления и психики, развитию которых активно способствует рассматриваемая методика.

▪ *Планирование и самоуправление.* Развитая способность формирования внутреннего плана действий кардинальным образом облегчает восприятие учащимися условия новой задачи, даёт возможность свободно ориентироваться в ней, выявлять значимые взаимосвязи элементов и представлять их в удобном для дальнейшей работы виде. Сохраняя во внутреннем плане различные варианты возможных последовательностей действий, учащийся осуществляет их сопоставление друг с другом с точки зрения эффективности и возможности достижения требуемого конечного результата. Как отмечал В. В. Давыдов, «чем больше “шагов” своих действий может предусмотреть ребенок и чем тщательнее он может сопоставить их разные варианты, тем более успешно он будет контролировать фактическое решение задачи...» [3,

с. 83]. Описываемая нами методика позволяет достигать значительных результатов в этом направлении. В ходе работы на уроках учащиеся вначале осваивают определённые предметные действия, затем учатся выстраивать последовательности таких действий и сопоставлять их с точки зрения наибольшей целесообразности. После обретения основных навыков таких сопоставлений учащиеся получают серии заданий, для успешного выполнения которых необходимо умение «прочитать» трудоёмкость применения того или иного плана действий в каждом задании и, не «закапываясь» в детали, выбрать оптимальный из них. При этом возникает определенная вынужденная мотивация к использованию и сравнению различных подходов, поскольку задания подбирались так, чтобы при значительном внешнем сходстве задач, в каждой требовался бы новый подход. При использовании же единого шаблона, учащиеся быстро сталкивались с нехваткой времени на выполнение всех заданий и определенными, порой значительными, техническими трудностями. В ходе этого происходит обучение самоуправлению – школьники учатся осознанно выбирать наилучший путь, даже если изначально он не самый очевидный или не близок данному учащемуся.

Перечислим ещё ряд общепедагогических функций, присущих описываемым методическим принципам (в силу своего характера они не зависят от конкретного математического материала, на котором реализуются в тот или иной конкретный момент): развитие функции самоконтроля; формирование навыков варьирования решений, оценки и сопоставления различных подходов; развитие привычки к визуальному восприятию математических объектов и использованию геометрических интерпретаций для решения задач.

Таким образом, опыт показывает, что весьма распространенным недостатком процесса мышления учащихся является его линейность, то есть отсутствие способности вариативного восприятия окружающих идей и явлений. Это сказывается в том, что они оказываются неспособны посмотреть на ситуацию под другим углом, по-разному интерпретировать имеющиеся данные, придумать альтернативные пути решения проблемы. Изучение математики предоставляет широкие возможности по преодолению подобных черт мышления. Этой цели может служить множество разных задач при условии регулярного выявления и совместного с учащимися обсуждения их вариативного содержания.

Л и т е р а т у р а

1. *Вертгеймер М.* Продуктивное мышление. – М.: Прогресс, 1987. – 336 с.
2. *Выготский Л. С.* Собрание сочинений в шести томах. Том 3. – М.: Педагогика, 1983. – 369 с.
3. *Давыдов В. В.* Психическое развитие в младшем школьном возрасте // *Возрастная и педагогическая психология* / под ред. А. В. Петровского. – М., 1973. – 288 с.
4. *Щедровицкий Г. П.* Путеводитель по методологии организации, руководства и управления : хрестоматия. – М.: Дело, 2003. – 160 с.
5. *Щедровицкий П. Г.* Очерки по философии образования : статьи и лекции. – М.: Эксперимент, 1993. – 154 с.
6. *Чошанов М. А.* Гибкая технология проблемно-модульного обучения. – М.: Народное образование, 1996. – 160 с.
7. *Якиманская И. С.* Разработка технологии личностно-ориентированного обучения // *Вопросы психологии*. – 1995. – № 2. – С. 31–42.